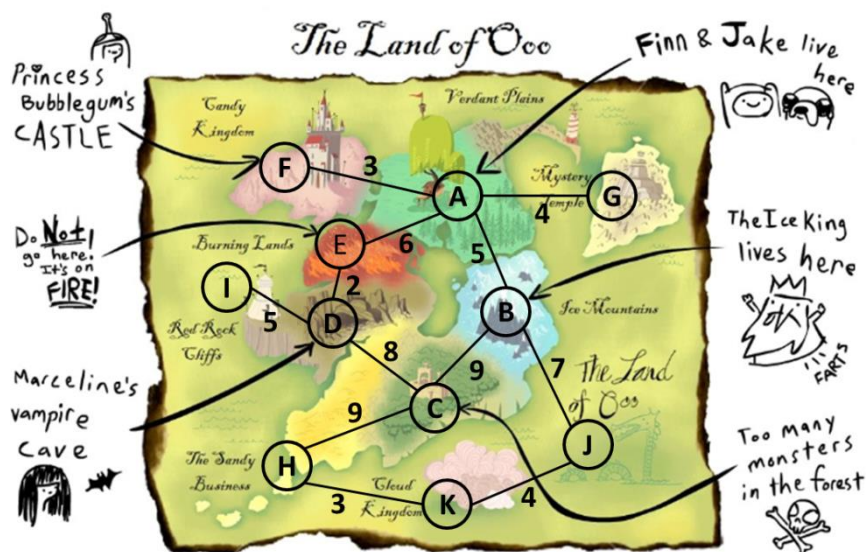


# IPRJ – PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS

## LISTA DE EXERCÍCIOS 16

- 1) Dentre os diversos algoritmos de ordenação, o Merge Sort básico, isto é, o algoritmo original sem nenhum aprimoramento extra, é a melhor opção de algoritmo segundo o critério de melhor caso (quando o vetor já está ordenado). Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.
- 2) Existem diversas variantes na escolha do pivô do Algoritmo de Partição utilizado no Quicksort. Uma dessas variantes, obriga que o tempo para o melhor caso do Quicksort seja  $O(n \log n)$ . Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.
- 3) Qual o número de trocas (mudança na posição dos valores) realizadas pelo algoritmo Quicksort no vetor  $A = \{5, 9, 1, 3, 2, 8, 3, 2\}$ ? Considere o uso do algoritmo Quicksort básico sem nenhum aprimoramento.
- 4) Seja  $L$  um vetor com  $n$  elementos, onde cada elemento de  $L$  vale  $A, B$  ou  $C$ . Então, é possível ordenar  $L$  com complexidade de pior caso  $O(n)$ ? Como?
- 5) O algoritmo Counting Sort utiliza um vetor auxiliar  $C$  para armazenar o número de ocorrências de valores no vetor de entrada. Considerando vetor de entrada  $A = \{2, 1, 5, 2, 4, 4, 5, 4, 3, 4, 1, 3, 0, 1, 3, 0\}$ , o conteúdo armazenado no vetor  $C$  após a execução do Counting Sort é  $C = \{0, 2, 5, 7, 11, 14\}$ . Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.
- 6) Uma grande festa vai acontecer no Reino das Nuvens! Finn e Jake estão no castelo da Princesa Jujuba planejando qual seria a melhor rota para chegar até a festa. A figura abaixo ilustra o mapa da Terra de Ooo:

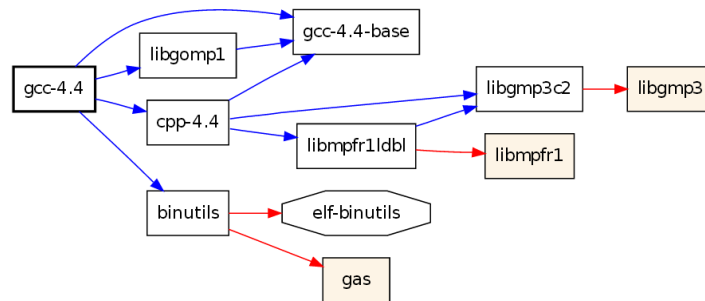


Responda as questões abaixo considerando "F" como o vértice inicial. Vértices sucessores devem ser dispostos em ordem alfabética.

- a) Realize uma busca em largura no grafo e apresente os valores de  $\pi$  e  $d$  gerados pelo algoritmo.
- b) Realize uma busca em profundidade no grafo e apresente os valores de  $\pi$ ,  $d$  e  $f$  gerados pelo algoritmo.
- c) Construa as árvores de busca geradas pelos algoritmos de busca em largura e busca em profundidade.
- d) Considerando "K" como vértice objetivo, realize uma busca de caminho mínimo utilizando o algoritmo de Dijkstra e apresente os valores de  $\pi$  e  $g$  gerados pelo algoritmo. Em seguida apresenta o caminho mínimo encontrado.

7) Em uma busca em largura, o valor  $d[u]$  atribuído a um vértice  $u$  é independente da ordem na qual são dados os vértices em cada lista de adjacências. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.

8) Para instalar o *gcc-4.4* é necessário instalar um conjunto de dependências. A figura abaixo ilustra estas dependências:



- a) Utilizando o algoritmo de Kahn, apresente uma ordenação topológica definindo uma sequência válida para a instalação do *gcc-4.4* e suas dependências. Justifique sua resposta apresentando o conteúdo do vetor  $I$  e da pilha  $L$  em todas as iterações do algoritmo.
- b) Utilizando o algoritmo de ordenação topológica com busca em profundidade, apresente uma ordenação topológica definindo uma sequência válida para a instalação do *gcc-4.4* e suas dependências. Justifique sua resposta apresentando o conteúdo do vetor  $d$  e  $f$  e da lista  $L$  no final da execução do algoritmo.

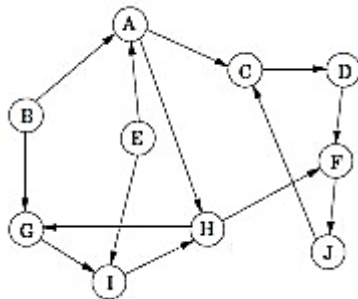
9) Se existe um caminho de  $u$  para  $v$  em um grafo orientado  $F$ , então qualquer busca em profundidade deve resultar em  $d[v] \leq f[u]$ . Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.

10) Após muitos anos pedalando, Geovane já não têm a mesma disposição para encarar as diversas subidas de Nova Friburgo. Como sabemos, Nova Friburgo é extremamente montanhosa. Por razões sentimentais, ele não quer mudar para uma cidade mais plana. Resolveu, então, que tentaria evitar grandes altitudes em seus caminhos. Para isso, Geovane obteve com o serviço topográfico da prefeitura um mapa de Nova Friburgo, em que cada rua do mapa possui a informação da maior altitude encontrada quando trafegada. Tudo que ele precisa fazer agora é implementar um programa para determinar rotas que minimizem a altura percorrida entre pares (origem, destino).

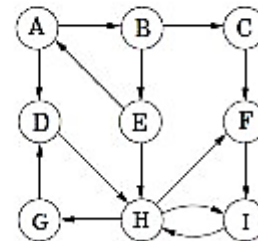
- Defina e ilustre uma estrutura de dados para armazenar e representar o mapa fornecido pela prefeitura.
- Apresente o pseudocódigo de um algoritmo que receba como parâmetro uma origem e um destino. O algoritmo deve retornar um caminho entre a origem e o destino que evite passar por grandes altitudes.

11) Considerando  $G = \{V, A\}$  um grafo direcionado representado por uma matriz de adjacências. A complexidade do algoritmo de Kosaraju para encontrar os componentes fortemente conectados de  $G$  é  $O(V^2)$ . Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.

12) Considerando os seguintes grafos:



(a)



(b)

Responda as questões a seguir iniciando os algoritmos pelo vértice "A" e dispendo os vértices sucessores em ordem alfabética.

- Utilizando o algoritmo de Kosaraju, apresente os componentes fortemente conectados de cada um dos grafos na ordem em que eles são encontrados pelo algoritmo.
- Utilizando o algoritmo de Tarjan, apresente os componentes fortemente conectados de cada um dos grafos na ordem em que eles são encontrados pelo algoritmo.

- 13) Dado um grafo orientado representado por uma lista de adjacências, qual a complexidade do processo de calcular o grau de saída de um vértice? Justifique sua resposta descrevendo o processo.
- 14) A transposta de um grafo orientado  $G = (V, A)$  é o grafo  $G^T = (V, A^T)$ , onde  $A^T = \{(v, u) \in V \times V \mid (u, v) \in A\}$ . Desse modo,  $G^T$  é  $G$  com todas as suas arestas invertidas.
- Considerando que  $G$  é representado por uma lista de adjacências, descreva um algoritmo para calcular  $G^T$  a partir de  $G$ . Em seguida, analise a complexidade do algoritmo proposto.
  - Considerando que  $G$  é representado por uma matriz de adjacências, descreva um algoritmo para calcular  $G^T$  a partir de  $G$ . Em seguida, analise a complexidade do algoritmo proposto.
- 15) Um grafo orientado  $G=(V, A)$  é dito "semiconectado" se, para todos os pares de vértices  $u, v \in V$ , temos  $u \rightsquigarrow v$  ou  $v \rightsquigarrow u$ . Forneça um algoritmo eficiente para determinar se  $G$  é ou não "semiconectado". Analise a complexidade do algoritmo proposto.