

IPRJ – PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS

LISTA DE EXERCÍCIOS 09 – REVISÃO P1

1) Dada a função $T(n) = 2^n + 1024n^3 + 48n$, responda verdadeiro ou falso para às afirmações abaixo.

- a) $T(n) = O(n^3)$
- b) $T(n) = \Omega(n)$
- c) $T(n) = \Theta(n^3)$
- d) $T(n) = O(2^n)$
- e) $T(n) = \Theta(n^3)$
- f) $T(n) = \Omega(\log n)$

2) Supondo que estamos comparando duas implementações de um algoritmo em um mesmo computador. Para entradas de tamanho n , a implementação A é executada em $48n^3$ etapas, enquanto a implementação B é executada em 2^n etapas. Para que valores de n a implementação B supera a implementação A?

3) Análise a complexidade do seguinte algoritmo:

```
int Algorithm1(string s, int n, string t, int m)
{
    if (s == t)
        return 0;
    if (n == 0)
        return m;
    if (m == 0)
        return n;

    int[] v0 = new int[m + 1];
    int[] v1 = new int[m + 1];

    for (int i = 0; i <= m; i++)
        v0[i] = i;

    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        v1[0] = i + 1;
        for (int j = 0; j < m; j++)
        {
            int cost = (s[i] == t[j]) ? 0 : 1;
            v1[j + 1] = Minimum(v1[j] + 1, v0[j + 1] + 1, v0[j] + cost);
        }
        for (int j = 0; j <= m; j++)
            v0[j] = v1[j];
    }
    return v1[m];
}
```

- 4) A mediana é uma medida de tendência central que separa a metade inferior da metade superior de um conjunto de dados. Mais concretamente, metade do conjunto de dados terá valores inferiores ou iguais à mediana e a outra metade terá valores superiores ou iguais à mediana. Escreva um algoritmo com a complexidade máxima de $O(n \log n)$ que, dado um vetor V com n inteiros positivos, retorne um novo vetor contendo somente os 6 valores mais próximos da mediana.
- 5) Utilize o algoritmo de Karatsuba baseado na estratégia divisão e conquista para determine o produto entre os inteiros 2101 e 1130. Apresente todos os passos e cálculos da sua solução.
- 6) Todos os algoritmos baseados na estratégia divisão e conquista são recursivos? Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.
- 7) Considerando a existência de uma mochila que suporta até 5 kg e o seguinte conjunto de itens:

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4
Peso	2	3	4	5
Valor	3	4	5	6

- Encontre o subconjunto mais valioso de itens que caibam dentro da mochila utilizando o algoritmo com complexidade $O(nW)$ baseado na estratégia de programação dinâmica. Apresente a tabela C com os valores calculados pelo algoritmo e indique o caminho percorrido pelo algoritmo na tabela para encontrar o subconjunto mais valioso de itens.
- 8) Considere uma Trie não-comprimida criada a partir do seguinte conjunto de palavras: $\{banana, goiaba, laranja, limão, abacaxi, abobora, lima, batata\}$. Baseado nesta Trie, responda:
 - a) Qual a altura da Trie?
 - b) Qual o total de nós folha na Trie?
 - c) Qual o total de nós internos da Trie?
 - 9) Um cientista está analisando o DNA de um animal recentemente descoberto para verificar se ele tem alguma relação com as espécies conhecidas de animais terrestres. Para isso, o cientista conta com uma base de dados π , composta por amostras de DNA de N espécies. Porém, comparar manualmente o DNA desconhecido com as amostras presentes em π levaria mais de 1 ano. Para ajudar o cientista, você deve desenvolver um algoritmo que seja capaz de resolver esse problema de forma eficiente (com complexidade $O(nm)$ ou melhor). Um fragmento do DNA da espécie desconhecida é apresentado a seguir: ACAAGATGCCATTGTCCC CCGGCCTCCTGCTGCTGCTGCTCTCCGGGGCCACGGCCACCGCTGCCCTGCC.

- 10) Após comparar o DNA de um animal recentemente descoberto com o DNA de outras espécies, o cientista concluiu que a espécie desconhecida pertence à família dos primatas antropoides. Agora, o cientista deseja verificar se o animal desconhecido possui um padrão genético que determina a sua origem. Considerando o seguinte fragmento de DNA extraído da espécie desconhecida:

$T = \text{"ACAAGATGCCATTGTCTCACGGC"}$

Verifique se o padrão $P = \text{"TCACG"}$ ocorre em T utilizando o algoritmo Boyer-Moore. Construa o vetor L e ilustre todos os alinhamentos e comparações dos caracteres do padrão P em T .

- 11) O número de nós de uma Suffix Trie não-comprimida é $O(n)$. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.
- 12) O caixa de um supermercado possui uma quantidade limitada de troco em moedas de 1 real, 50 centavos, 25 centavos, 10 centavos e 5 centavos. Escreva um algoritmo que receba um vetor de moedas M (cujos valores armazenados representam os valores das moedas disponíveis no caixa) e um valor T indicando o valor do troco que deve ser entregue ao cliente. O algoritmo deve retornar um vetor de moedas indicando as moedas que devem ser dadas ao cliente para completar o seu troco usando o menor número possível de moedas. Caso não seja possível dar o valor exato do troco para o cliente por falta de moedas de menor valor, deve-se sempre entregar um valor superior. A complexidade do seu algoritmo deve ser $O(n \log n)$ ou melhor.
- 13) A maior subsequência comum entre DCCFDEBDBCDF e CDFFAADBFFFD é DFDBD. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta construindo as matrizes geradas pelo algoritmo para encontrar a maior subsequência comum baseado em programação dinâmica.
- 14) O algoritmo mais eficiente para resolver o problema da mochila tem complexidade $O(2^n)$. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.
- 15) Considere a existência de um banco de dados de URLs associadas a um conjunto de keywords, no seguinte formato:

ID	URL	KEYWORDS
1	http://en.wikipedia.org/wiki/Algorithm	algorithm, definition, formalization, classification
2	https://www.coursera.org/course/algo	algorithm, course, lecture, stanford, coursera
3	http://en.wikipedia.org/wiki/Sorting_algorithm	algorithm, dictionary, definition, adjective, adverb
...
n

Seja n o número de registros no banco de dados e m o tamanho de uma keyword a ser buscada, proponha um algoritmo com complexidade máxima de $O(m)$ para realizar uma busca e retornar todas as URLs que contenham a keyword buscada.

- a) Descreva e ilustre a estrutura de dados utilizada pelo algoritmo.
- b) Descreva em linguagem natural ou pseudocódigo o algoritmo de busca proposto.

16) Considere o problema P definido da seguinte forma:

- **Entrada:** uma palavra P com 3 caracteres e um texto T com n caracteres;
- **Saída:** SIM se alguma permutação da palavra P aparece no texto T e NÃO, caso contrário.

Escreva o pseudocódigo de um algoritmo para resolver este problema e analise a sua complexidade de pior caso em função de n . Caso seja necessário, utilize $T[i]$ e $P[i]$ para acessar o i -ésimo caracter do padrão P e do texto T , respectivamente.