Projeto e Análise de Algoritmos

Aula 02 – Técnicas de Projeto de Algoritmos (Força Bruta)

Edirlei Soares de Lima
<edirlei@iprj.uerj.br>

Tipos Importantes de Problemas

- **Problemas de Ordenação:** Reorganizar os itens de uma dada lista em ordem crescente.

- **Problemas de Busca:** Encontrar um dado valor chamado de chave de busca em um dado conjunto.

- **Processamento de Strings:** Buscar uma dada palavra em um texto, avaliar a similaridade entre cadeias de caracteres, etc.

- **Problemas de Grafos:** Travessia de grafos (como visitar todos os pontos de uma rede), caminho mais curto (qual a melhor rota entre duas cidades), ordenação topológica.

Tipos Importantes de Problemas

- **Problemas Combinatoriais:** Problemas onde é necessário encontrar um objeto combinatorial (permutações, combinações ou subconjuntos) que satisfaça certas restrições e tenha certas propriedades (maximizar um valor, minimizar um custo).

- **Problemas Geométricos:** Envolvem objetos geométricos com pontos, linhas e polígonos.

- **Problemas Numéricos:** Envolvem objetos matemáticos de natureza contínua: resolução de equações e sistemas de equações, integrais definidas, etc.

Estratégias de Projeto de Algoritmos

- **Força Bruta (Brute Force)**
- **Dividir e Conquistar (Divide and Conquer)**
- Diminuir e Conquistar (Decrease and Conquer)
- Transformar e Conquistar (Transform and Conquer)
- Compromisso Tempo–Espaço (Space and Time Tradeoffs)
- **Estratégia Gulosa (Greedy)**
- **Programação Dinâmica (Dynamic Programming)**
- Voltando Atrás (Backtracking)
- Ramificar e Limitar (Branch and Bound)
- Algoritmos Aproximados

Força Bruta

- A técnica de **força bruta** (também conhecida como a busca exaustiva) é um método para resolver um problema através de uma **travessia completa** (ou parcial) no **espaço de busca** do problema para se obter uma solução.

- Durante a busca, é possível **podar** (optar por não explorar) partes do espaço de busca, se for possível determinar que estas partes não têm qualquer possibilidade de conter a solução necessária.

Força Bruta

- Geralmente, a força bruta é uma das estratégias mais fáceis de aplicar.

- Apesar de ser raramente uma fonte de algoritmos eficientes ou brilhantes, é uma importante estratégia de projeto de algoritmos.

- É aplicável a uma ampla variedade de problemas.

Exemplo 1: Busca Sequencial

- Comparar elementos sucessivos de uma dada lista com um dada chave de busca até:
  - Encontrar um elemento similar (busca bem sucedida) ou;
  - A lista ser exaurida sem encontrar um elemento similar (busca mal sucedida).

```
int busca(int n, int *vet, int elem)
{
  int i;
  for (i=0; i<n; i++){
    if (elem == vet[i])
      return i;
  }
  return -1;
}
```

Algoritmo Geral de Força Bruta

1. Listar todas as soluções potenciais para o problema de uma maneira sistemática.
   - Todas as soluções estão eventualmente listadas;
   - Nenhuma solução é repetida;

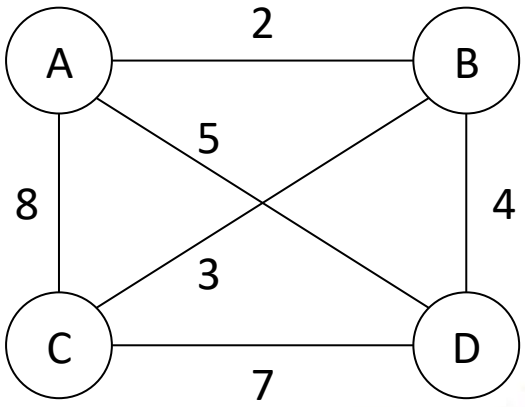
2. Avaliar as soluções, uma a uma, talvez, desqualificando as não práticas e mantendo a melhor encontrada até o momento.

3. Quando a busca terminar, retornar a solução encontrada.

Exemplo 2: Caixeiro Viajante

- **Problema:** dadas n cidades com distâncias conhecidas entre cada par, encontrar o trajeto mais curto que passe por todas as cidades exatamente uma vez antes de retornar a cidade de origem (Traveling Salesman Problem (TSP)).

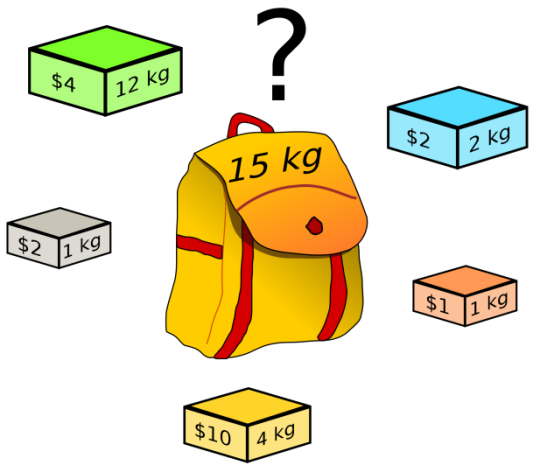
Trajeto:	**Custo:**
a → b → c → d → a	2+3+7+5 = 17
a → b → d → c → a	2+4+7+8 = 21
a → c → b → d → a	8+3+4+5 = 20
a → c → d → b → a	8+7+4+2 = 21
a → d → b → c → a	5+4+3+8 = 20
a → d → c → b → a	5+7+3+2 = 17



Hipóteses: (n-1)!
Complexidade: O(n!)

Exemplo 3: Problema da Mochila

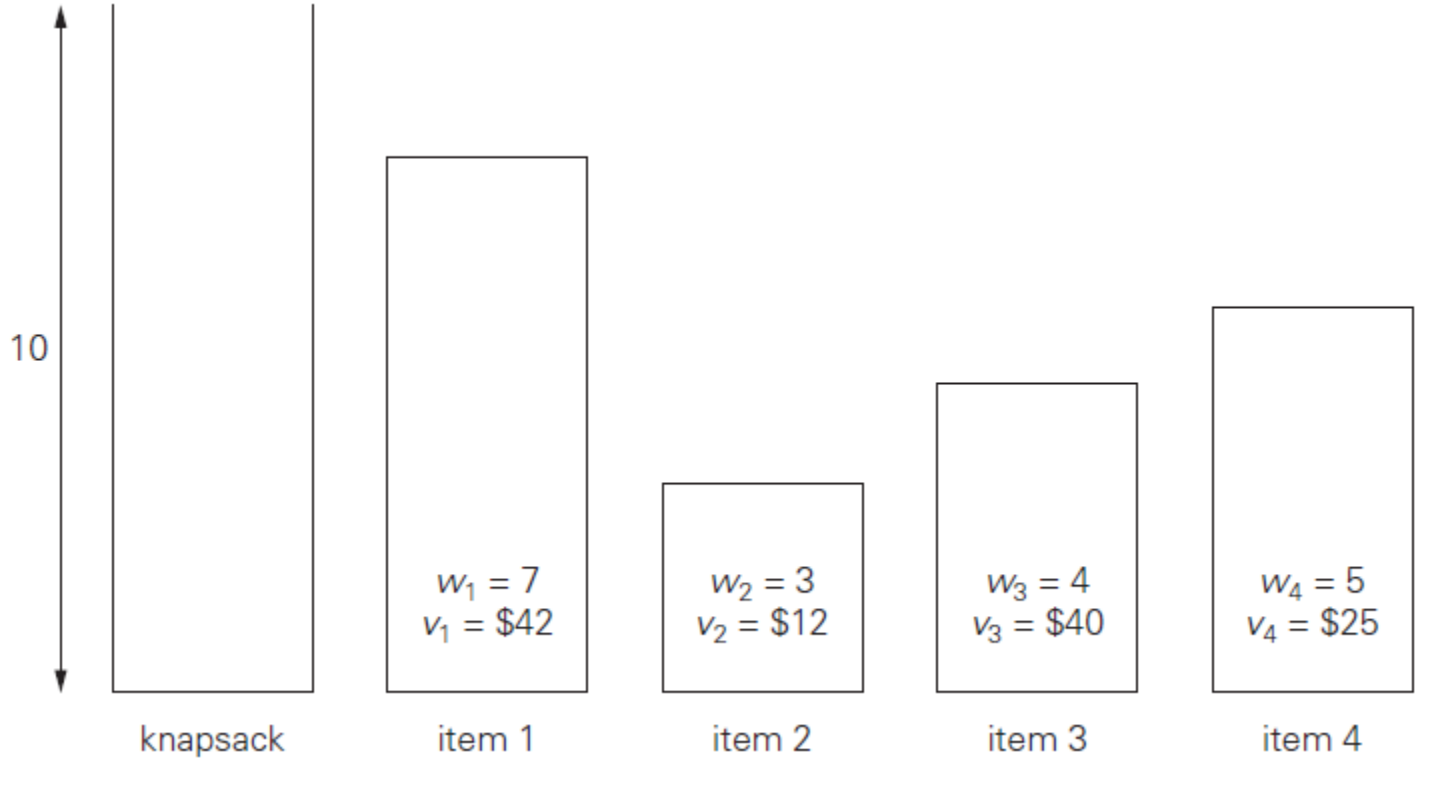
- **Dados n itens:**
  - Pesos: w_1, w_2, ..., w_n
  - Valores: v_1, v_2, ..., v_n
  - Uma mochila de capacidade W



- **Problema:** encontrar o subconjunto mais valioso de itens que caibam dentro da mochila (Knapsack Problem).

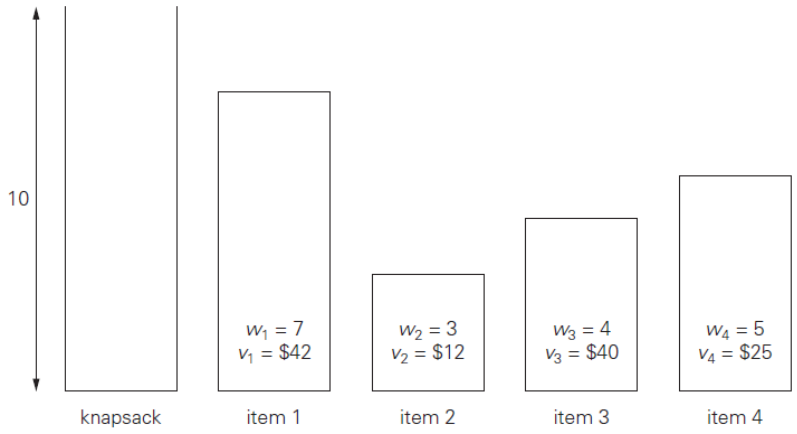
Exemplo 3: Problema da Mochila

- **Exemplo:**



Exemplo 3: Problema da Mochila

- Algoritmo de Força Bruta:
  1. Identificar todos os subconjuntos do conjunto de n itens dados;
  2. calcular o peso total de cada subconjunto para identificar subconjuntos praticáveis;
  3. encontrar um subconjunto com o valor mais elevado entre eles.



Subset	Total weight	Total value
∅	0	$ 0
{1}	7	$42
{2}	3	$12
{3}	4	$40
{4}	5	$25
{1, 2}	10	$54
{1, 3}	11	not feasible
{1, 4}	12	not feasible
{2, 3}	7	$52
{2, 4}	8	$37
{3, 4}	**9**	**$65**
{1, 2, 3}	14	not feasible
{1, 2, 4}	15	not feasible
{1, 3, 4}	16	not feasible
{2, 3, 4}	12	not feasible
{1, 2, 3, 4}	19	not feasible

Geração de Subconjuntos

```
void subsets(int vet[], int n)
{
    int i, k;
    for(i = 0; i < pow(2, n); i++)
    {
        printf("{ ");
        for(k = 0; k < n; k++)
        {
            if((1 << k & i) != 0)
                printf("%d ", vet[k]);
        }
        printf("}\n");
    }
}
```

Exemplo 3: Problema da Mochila

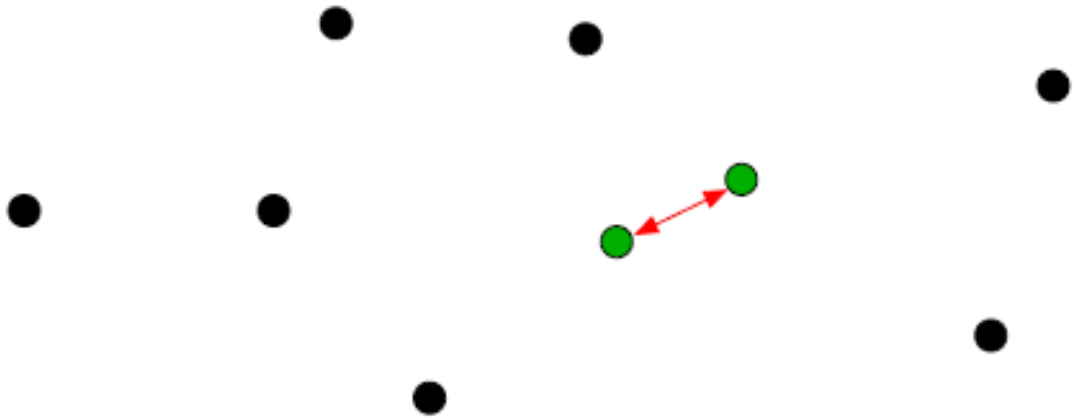
- Como o número de subconjuntos de um conjunto de n elementos é 2^n, a busca exaustiva leva a um algoritmo **$O(2^n)$**.

- Assim, tanto para o problema do caixeiro viajante quanto da mochila, a busca exaustiva leva a algoritmos que são **extremamente ineficientes**.

- Estes problemas são chamados de problemas **NP-hard**.

Exemplo 4: Par de Pontos mais Próximos

- **Problema:** Dados n pontos no plano, determinar dois deles que estão à distância mínima.



$$Distancia(X_1, Y_1, X_2, Y_2) = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)}$$

Exemplo 4: Par de Pontos mais Próximos

- **Problema:** Dados n pontos no plano, determinar dois deles que estão à distância mínima.
  - **Entrada:** coleção de n pontos (X[1 . . n] e Y[1 . . n]).
  - **Saída:** menor distância entre dois pontos da coleção.

```
1. PAR-MAIS-PROXIMO(X, Y, n)
2.  d ← +∞
3.  para i ← 1 até n faça
4.    para j ← 1 até n faça
5.      se Distancia(X[i], Y[i], X[j], Y [j]) < d então
6.        d ← Distancia(X[i], Y[i], X[j], Y [j])
7.  retorna d
```

$O(n^2)$

Força Bruta

- Outros algoritmos baseados em força bruta que veremos ao longo do curso:
  - Multiplicação de Inteiros Grandes;
  - Busca de Padrões em String;
  - Maior Subsequência Comum;
  - Bubble Sort;
  - Selection Sort;
  - Busca em Profundidade;
  - Busca em Largura;

Comentários sobre a Força Bruta

- Força bruta é uma **estratégia direta** para resolver um problema, geralmente baseada diretamente no enunciado do problema e definições dos conceitos envolvidos.

- Algoritmos de busca exaustiva são executados em uma quantidade de tempo realística **somente para instâncias muito pequenas.**
  - Em muitos casos existem alternativas muito melhores!

- Em alguns casos, busca exaustiva (ou variação) é a **única solução conhecida**.

Comentários sobre a Força Bruta

- **Vantagens:**
  - Ampla aplicabilidade;
  - Simplicidade;
  - Fornece algoritmos razoáveis para alguns problemas.

- **Desvantagens:**
  - Raramente fornece algoritmos eficientes;
  - Alguns algoritmos força bruta são inaceitavelmente vagarosos;
  - Não tão construtivo/criativo quanto outras técnicas de projeto de algoritmos.

Exercícios

Lista de Exercícios 02 – Força Bruta/Busca Exaustiva

http://www.inf.puc-rio.br/~elima/paa/

Leitura Complementar

- Levitin. **Introduction to the Design and Analysis of Algorithms**, 3rd Edition, 2011.

- **Capítulo 3: Brute Force and Exhaustive Search**